

49. Vypočítejte zbývající úhly β , γ a zbývající stranu c trojúhelníka ABC , když je dáno:
- a) $a = 40$ cm, $b = 50$ cm, $\alpha = 45^\circ$ b) $a = 8,4$ cm, $b = 12,5$ cm, $\alpha = 42^\circ$
c) $a = 7,7$ cm, $b = 9,8$ cm, $\alpha = 31^\circ$ d) $a = 10,6$ cm, $b = 12,8$ cm, $\alpha = 44^\circ$
50. Vypočítejte vnitřní úhly trojúhelníka ABC , když jsou dány velikosti všech tří jeho stran:
- a) $a = 11$ cm, $b = 13$ cm, $c = 16$ cm b) $a = 39$ cm, $b = 52$ cm, $c = 65$ cm
c) $a = 6$ cm, $b = 7$ cm, $c = 10$ cm d) $a = 28$ cm, $b = 39$ cm, $c = 67$ cm
51. Vypočítejte zbývající úhel a zbývající strany trojúhelníka ABC , když je dáno:
- a) $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $a = 10$ cm b) $\alpha = 35^\circ$, $\beta = 47^\circ$, $c = 6,6$ cm
c) $\alpha = 76^\circ$, $\beta = 26^\circ$, $c = 11,5$ cm d) $\beta = 38^\circ 10'$, $\gamma = 59^\circ 42'$, $c = 12,6$ cm.
52. Vypočítejte poloměr kružnice opsané a obsah trojúhelníka ABC , je-li dáno:
- a) $a = 10$ cm, $b = 8$ cm, $\alpha = 30^\circ$ b) $a = 15$ cm, $\beta = 88^\circ$, $\gamma = 32^\circ$
c) $\alpha = 35^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $c = 34$ cm d) $a = 7$ cm, $b = 8$ cm, $c = 13$ cm
53. Velikosti vnitřních úhlů trojúhelníka ABC jsou v poměru $\alpha : \beta : \gamma$. Vypočítejte, v jakém poměru jsou velikosti stran tohoto trojúhelníka:
- a) $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 4 : 5$ b) $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 4$
c) $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$
54. Velikosti stran trojúhelníka ABC jsou v poměru $a : b : c$. Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů tohoto trojúhelníka.
- a) $a : b : c = 3 : 4 : 5$ b) $a : b : c = 2 : 3 : 4$
c) $a : b : c = 1 : 2 : 3$
55. Pod jakým úhlem vidí útočník fotbalovou branku, která má, jak známo, šířku 725 cm, jestliže stojí ve vzdálenosti 15 m od bližší tyče a 20 m od vzdálenější tyče.
56. Body A , C se nacházejí na stejném břehu řeky. Vypočítejte vzdálenost bodu A od bodu B , který leží na druhém břehu řeky, jestliže byla změřena vzdálenost bodů $|AC| = 136$ m a velikosti úhlů $|\angle BAC| = 32^\circ 30'$, $|\angle ACB| = 42^\circ 15'$.

57. Vypočítejte úhel, který svírají síly F_1 , F_2 , jejichž výslednice je F .
 $|F_1| = 23,6 \text{ N}$, $|F_2| = 16,4 \text{ N}$, $|F| = 35,7 \text{ N}$.
58. Vrchol radniční věže vidíme z určitého místa pod výškovým úhlem 19° . Jestliže přistoupíme k věži o 35 metrů blíže, vidíme tento vrchol pod výškovým úhlem 34° . Vypočítejte výšku věže.
59. Dvacet metrů od břehu řeky stojí rozhledna 15 m vysoká. Z protějšího břehu vidíme její vrchol pod výškovým úhlem 25° . Vypočítejte šířku řeky.
60. Na břehu řeky stojí dům. Z protějšího břehu vidíme spodní okno domu a pod výškovým úhlem 32° a horní okno, které je o 10 m výš než spodní okno, pod výškovým úhlem 38° . Vypočítejte šířku řeky.
61. Na vrcholu kopce stojí 30 m vysoká rozhledna. Její patu vidíme z určitého místa v údolí pod výškovým úhlem $\alpha = 28^\circ 30'$ a její vrchol vidíme z téhož místa pod úhlem $\beta = 30^\circ 40'$. Jak vysoko je vrchol rozhledny nad horizontální rovinou našeho pozorovacího místa?
62. Na břehu jezera stojí skála. Z místa na protějším břehu jezera, které je 15 m nad hladinou jezera, vidíme vrchol skály ve výškovém úhlu $\alpha = 28^\circ 37'$ a obraz jejího vrcholu ve vodě v hloubkovém úhlu $\beta = 42^\circ 20'$. Vypočítejte výšku skály.

15. Komplexní čísla

1. Vypočítejte:

- | | |
|--|---|
| a) $[1;3] \oplus [2;5] \otimes [4;3]$ | b) $[2;4] \oplus [-3;1] \otimes [7;-2]$ |
| c) $[-1;1] \otimes ([3;2] \oplus [-2;8])$ | d) $[-4;-6] \otimes ([9;-3] \oplus [-7;-5])$ |
| e) $[2;-1] \otimes [3;4] \oplus [-5;-6] \otimes [3;1]$ | f) $[-6;-3] \otimes [2;1] \oplus [7;5] \otimes [-2;-2]$ |
| g) $[2;5] \oplus [3;-1] \otimes [-4;-2] \oplus [-3;7]$ | |
| h) $[8;4] \oplus [-2;-2] \otimes [5;-1] \oplus [7;6]$ | |

2. V množině C řešte rovnice:

a) $[3;7] \oplus z = [2;9]$

b) $[-5;-4] \oplus z = [8;3]$

c) $[3;2] \otimes z = [11;16]$

d) $[6;-5] \otimes z = [-18;15]$

e) $[3;7] \oplus [1;1] \otimes z = [2;9]$

f) $[-5;-4] \oplus [1;1] \otimes z = [8;3]$

3. K daným komplexním číslům určete čísla opačná a zobrazte je v rovině komplexních čísel:

$z_1 = [3;2]$

$z_2 = [-5;7]$

$z_3 = 3 - i$

$z_4 = -4 - 7i$

$z_5 = 4$

$z_6 = -3i$

$z_7 = 0$

4. Určete čísla komplexně sdružená s danými komplexními čísly a zobrazte je v rovině komplexních čísel:

$z_1 = [5;1]$

$z_2 = [-4;3]$

$z_3 = -3 - 2i$

$z_4 = 4 + 5i$

$z_5 = 3$

$z_6 = i$

$z_7 = 0$

5. Vypočítejte:

a) $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + i^7$

b) $i + i^4 + i^9 + i^{16} + i^{25}$

c) $i^3 + i^6 + i^9 + i^{12}$

d) $2i + 3i^2 + 4i^3 + 5i^4 + 6i^5$

e) $i + 4i^2 + 9i^3 + 16i^4 + 25i^5$

f) $2i^7 + 6i^{20} + 4i^{77} - 5i^{138}$

6. Vypočítejte (výsledek vyjádřete v algebraickém tvaru):

a) $(7+i) \cdot (2-3i) + (5+4i) \cdot (3+i)$

b) $(3-i) \cdot (2+3i) + (1-4i) \cdot (2-i)$

c) $(5+2i) + i \cdot [(10-3i) - (7-2i)]$

d) $[(1+2i) - (4+3i)] \cdot (-i) - (4-3i)$

e) $\frac{8+3i}{i}$

f) $\frac{-39+6i}{13-2i}$

g) $\frac{5+2i}{3-i}$

h) $\frac{8+7i}{2+4i}$

i) $\frac{5+10i}{2-i}$

j) $\frac{7+9i}{3+4i}$

k) $\frac{1+i}{-4-i}$

l) $\frac{8+3i}{3-4i}$

7. Vypočítejte (výsledek vyjádřete v algebraickém tvaru):

a) $\frac{8+4i-3i^2}{5-2i^2+i^3}$

b) $\frac{10-i+7i^2}{i^3+i^4+3i^5}$

c) $\frac{2-7i+i^2}{3i-3i^2-i^4}$

d) $\frac{3+2i^2+i^3}{4+3i^2+3i^3}$

8. Určete opačné komplexní číslo ke komplexnímu číslu z (v algebraickém tvaru):

a) $z = \frac{7+11i}{1-i}$ b) $z = -\frac{1+5i}{1+i}$ c) $z = \frac{7-30i}{2-3i}$ d) $z = \frac{-33+19i}{2+5i}$

9. Určete číslo komplexně sdružené s komplexním číslem z (v algebraickém tvaru):

a) $z = \frac{-9+32i}{2+3i}$ b) $z = \frac{17-17i}{4+i}$ c) $z = \frac{-1+31i}{1-5i}$ d) $z = -\frac{78+71i}{8+5i}$

10. V množině $\mathbb{C}$ řešte rovnice (výsledek vyjádřete v algebraickém tvaru):

a) $3z + 2\bar{z} = 10 - 7i$ b) $(1-i) \cdot z + i \cdot \bar{z} = 5 + 4i$
c) $iz + 3\bar{z} = 1 - 13i$ d) $\bar{z} \cdot (1+i) = z \cdot (2+3i) + 7 - 19i$
e) $z \cdot (1-i) = \bar{z} \cdot (2-i) + 6 \cdot (-1+i)$ f) $(z+1) \cdot \bar{z} = 4 + 2i$

11. Vypočítejte absolutní hodnotu komplexního čísla z :

a) $z = [6; -8]$ b) $z = [-8; -15]$ c) $z = 12 + 5i$ d) $z = -12 - 16i$
e) $z = 1 + 2i$ f) $z = -6 + 2i$ g) $z = \sqrt{7} + 3i$ h) $z = \sqrt{21} - i \cdot \sqrt{15}$

12. Vypočítejte:

a) $\left| \frac{10+5i}{-2-i} \right|$ b) $\left| \frac{-8+4i}{1+2i} \right|$ c) $\left| \frac{7+i}{1-i} \right|$ d) $\left| \frac{22+19i}{1+2i} \right|$
e) $\left| \frac{10+10i}{1-3i} \right|$ f) $\left| \frac{22-26i}{-2+5i} \right|$ g) $\left| \frac{11-2i}{1-2i} \right|$ h) $\left| \frac{23-7i}{1+i} \right|$

13. Rozhodněte, která z následujících čísel jsou komplexní jednotky:

a) 1 b) -1 c) $1+i$ d) $-0,3 - 0,7 \cdot i$
e) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot i$ f) $\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{i}{4}$ g) $0,8 - 0,6 \cdot i$ h) $\frac{1}{\sqrt{3}} + i \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$

14. V rovině komplexních čísel vyznačte množiny obrazů komplexních čísel, která splňují následující podmínky:

a) $|z| = 1$ b) $|z| = 2$ c) $|z-1| = 3$ d) $|z| < \sqrt{5}$
e) $|z| \leq 1$ f) $|z+i| \geq 2$ g) $|z| = |z+1|$ h) $|z| = |z+i|$

15. Následující komplexní čísla vyjádřete v algebraickém tvaru:

$$\begin{aligned} z_1 &= \cos \frac{\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{\pi}{6} & z_2 &= 3 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right) \\ z_3 &= 4 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{6} \right) & z_4 &= 2 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{4} \right) \\ z_5 &= 5 \cdot (\cos \pi + i \cdot \sin \pi) & z_6 &= \sqrt{3} \cdot (\cos 0 + i \cdot \sin 0) \\ z_7 &= 6 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{3} \right) & z_8 &= \pi \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

16. Následující komplexní čísla vyjádřete v goniometrickém tvaru:

$$\begin{aligned} z_1 &= \sqrt{11} & z_2 &= -9 & z_3 &= i \cdot \sqrt{6} & z_4 &= -7i \\ z_5 &= \sqrt{3} + i \cdot \sqrt{3} & z_6 &= \sqrt{2} - i \cdot \sqrt{2} & z_7 &= 3 + i \cdot \sqrt{3} & z_8 &= -1 - i \cdot \sqrt{3} \\ z_9 &= -\sqrt{2} + i \cdot \sqrt{6} & z_{10} &= -2 \cdot \sqrt{3} - 2i \end{aligned}$$

17. Zdůvodněte, proč se v následujících případech nejedná o goniometrický tvar komplexního čísla. Uvedená čísla pak vyjádřete v goniometrickém tvaru:

$$\begin{aligned} z_1 &= 2 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right) & z_2 &= -2 \cdot \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{7\pi}{6} \right) \\ z_3 &= -3 \cdot \left(-\cos \frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{4} \right) & z_4 &= 5 \cdot \left(\cos \left(-\frac{\pi}{11} \right) - i \cdot \sin \frac{\pi}{11} \right) \\ z_5 &= 2 \cdot \left(\sin \frac{5\pi}{6} + i \cdot \cos \frac{5\pi}{6} \right) & z_6 &= 8 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right) \\ z_7 &= 9 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{3} \right) & z_8 &= 4 \cdot \left(i \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{3} \right) \\ z_9 &= 7 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \cdot 2 \sin \frac{3\pi}{2} \right) & z_{10} &= 6 \cdot (\cos \pi + i^2 \cdot \sin \pi) \end{aligned}$$

18. Upravte a výsledek vyjádřete v goniometrickém tvaru:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{3+15i}{2-3i} & \quad \text{b)} \quad \frac{8+12i}{5+i} & \text{c)} \quad \frac{1+2i}{2-i} & \text{d)} \quad \frac{2+i}{-1+2i} \end{aligned}$$

19. Vynásobte komplexní čísla z_1, z_2 v goniometrickém tvaru. Čísla $z_1, z_2, z_1 \cdot z_2$ zobrazte v rovině komplexních čísel:

$$\text{a) } z_1 = 2 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right), \quad z_2 = 3 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\text{b) } z_1 = 1,5 \cdot \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{7\pi}{6} \right), \quad z_2 = 8 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\text{c) } z_1 = \cos \frac{3\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{2}, \quad z_2 = 5 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{4} \right)$$

$$\text{d) } z_1 = 2 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{6} \right), \quad z_2 = 4 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{4} \right)$$

20. Vydělte komplexní čísla z_1, z_2 v goniometrickém tvaru. Čísla $z_1, z_2, z_1 : z_2$ zobrazte v rovině komplexních čísel:

$$\text{a) } z_1 = 6 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{3} \right), \quad z_2 = 3 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\text{b) } z_1 = 7 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{4} \right), \quad z_2 = \cos \frac{11\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{11\pi}{6}$$

$$\text{c) } z_1 = 3 \cdot \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{7\pi}{4} \right), \quad z_2 = 5 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{d) } z_1 = 6 \cdot \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \cdot \sin \frac{11\pi}{12} \right), \quad z_2 = 4 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

21. Umocněte podle Moivreovy věty, výsledek vyjádřete v algebraickém tvaru:

$$\text{a) } \left[\sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{7} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{7} \right) \right]^{14} \quad \text{b) } \left[\sqrt[3]{2} \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{5} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{5} \right) \right]^{15}$$

$$\text{c) } \left[3 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{8} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{8} \right) \right]^4 \quad \text{d) } \left[2 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{14} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \right) \right]^7$$

$$\text{e) } (1+i)^9 \quad \text{f) } (-1+i)^7 \quad \text{g) } (1+i\sqrt{3})^9 \quad \text{h) } (-\sqrt{3}-i)^{10}$$

22. V množině $\mathbb{C}$ řešte binomické rovnice (výsledek vyjádřete v algebraickém tvaru):

$$\begin{array}{llll} \text{a) } z^2 = 9i & \text{b) } z^2 = -4i & \text{c) } z^3 = 1 & \text{d) } z^3 = -1 \\ \text{e) } z^3 = 8 & \text{f) } z^3 = -8 & \text{g) } z^3 = 27 & \text{h) } z^3 = -27 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \text{i)} \quad z^3 = 64 & \text{j)} \quad z^3 = -64 & \text{k)} \quad z^4 = 1 & \text{l)} \quad z^4 = -1 \\ \text{m)} \quad z^4 = 16 & \text{n)} \quad z^4 = -16 & \text{o)} \quad z^4 = 81 & \text{p)} \quad z^4 = -81 \end{array}$$

23. V množině C řešte binomické rovnice (výsledek vyjádřete v goniometrickém tvaru):

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad z^2 = 1 + i & \text{b)} \quad z^2 = -2 + 2i \\ \text{c)} \quad z^3 = -1 - i \cdot \sqrt{3} & \text{d)} \quad z^3 = \sqrt{6} - i \cdot \sqrt{2} \\ \text{e)} \quad z^3 = 1 + i & \text{f)} \quad z^3 = -\sqrt{2} + i \cdot \sqrt{6} \\ \text{g)} \quad z^5 = 1 & \text{h)} \quad z^5 = -1 \end{array}$$

24. Určete zbývající kořeny binomické rovnice třetího stupně, jestliže je znám jeden její kořen z_0 :

$$\text{a)} \quad z_0 = 1 \quad \text{b)} \quad z_0 = 4i \quad \text{c)} \quad z_0 = -2 \quad \text{d)} \quad z_0 = -6i$$

25. V množině C řešte kvadratické rovnice:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad z^2 + z + 1 = 0 & \text{b)} \quad z^2 - 3z + 10 = 0 \\ \text{c)} \quad 2z^2 - 4z + 5 = 0 & \text{d)} \quad 3z^2 + 4z + 2 = 0 \\ \text{e)} \quad 6z^2 - 10z + 5 = 0 & \text{f)} \quad 3z^2 - 4z + 5 = 0 \end{array}$$

26. V množině C řešte rovnice:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad (z^3 - 27) \cdot (z^2 + 1) = 0 & \text{b)} \quad (z^4 - 16) \cdot (z^3 + 1) = 0 \\ \text{c)} \quad (z^2 + z + 1) \cdot (z^2 + 2z + 2) = 0 & \text{d)} \quad (z^2 + 4z + 13) \cdot (2z^2 - 2z + 5) = 0 \\ \text{e)} \quad (z^2 + 4z + 8) \cdot (z^2 - 3z + 1) = 0 & \text{f)} \quad (z^2 + 4) \cdot (z^2 + z + 2) = 0 \end{array}$$

27. V množině C řešte rovnice:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad z^2 - iz = 0 & \text{b)} \quad z^2 - 4iz - 4 = 0 \\ \text{c)} \quad z^2 + 2iz - 2 = 0 & \text{d)} \quad z^2 + 4iz - 3 = 0 \\ \text{e)} \quad z^2 - 6iz - 8 = 0 & \text{f)} \quad z^2 + 2iz + 1 = 0 \end{array}$$

28. V množině C řešte rovnice:

$$\text{a)} \quad z^3 + z^2 + z + 1 = 0 \quad \text{b)} \quad z^5 - z^4 + z^3 - z^2 + z - 1 = 0$$

$$D(f_5) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\rangle, D(f_6) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (2k\pi; \pi + 2k\pi), D(f_7) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right),$$

$$D(f_8) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\left(2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \pi + 2k\pi \right) \right) D(f_9) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right)$$

46. a) $c = 13,6$, $\alpha = 36^\circ 02'$, $\beta = 53^\circ 58'$ b) $a = 9,18$, $b = 13,11$, $\beta = 55^\circ$ c) $a = 49,07$, $c = 55,07$,

$\beta = 27^\circ$ d) $b = 15$, $\alpha = 28^\circ 04'$, $\beta = 61^\circ 56'$ 47. a) $c = 9,12$, $\beta = 71^\circ$, $\gamma = 38^\circ$ b) $c = 8,45$,

$\alpha = \beta = 65^\circ$, 48. a) $b = 22,01$, $\alpha = 32^\circ 44'$, $\beta = 97^\circ 16'$ b) $c = 17,32$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 60^\circ$

c) $c = 11,34$, $\beta = 21^\circ 42'$, $\gamma = 111^\circ 18'$ d) $c = 10,48$, $\beta = 52^\circ 44'$, $\gamma = 59^\circ 16'$ 49. a) $c_1 = 54,06$,

$\beta_1 = 62^\circ 07'$, $\gamma_1 = 72^\circ 53'$; $c_2 = 16,65$, $\beta_2 = 117^\circ 53'$, $\gamma_2 = 17^\circ 07'$ b) $c_1 = 10,06$,

$\beta_1 = 84^\circ 42'$, $\gamma_1 = 53^\circ 18'$; $c_2 = 8,51$, $\beta_2 = 95^\circ 18'$, $\gamma_2 = 42^\circ 42'$ c) $c_1 = 14,22$, $\beta_1 = 40^\circ 58'$,

$\gamma_1 = 108^\circ 02'$; $c_2 = 2,59$, $\beta_2 = 139^\circ 02'$, $\gamma_2 = 9^\circ 58'$ d) $c_1 = 14,98$, $\beta_1 = 57^\circ 01'$, $\gamma_1 = 78^\circ 59'$;

$c_2 = 3,44$, $\beta_2 = 122^\circ 59'$, $\gamma_2 = 13^\circ 01'$ 50. a) $\alpha = 43^\circ 03'$, $\beta = 53^\circ 47'$, $\gamma = 83^\circ 10'$ b) $\alpha = 36^\circ 52'$,

$\beta = 53^\circ 08'$, $\gamma = 90^\circ$ c) $\alpha = 36^\circ 11'$, $\beta = 43^\circ 32'$, $\gamma = 100^\circ 17'$ d) trojúhelník neexistuje

51. a) $\gamma = 80^\circ$, $b = 13,47$, $c = 15,32$ b) $\gamma = 98^\circ$, $a = 3,82$, $b = 4,87$ c) $\gamma = 78^\circ$, $a = 11,41$,

$b = 5,15$ d) $\alpha = 82^\circ 08'$, $a = 14,46$, $b = 9,02$ 52. a) $r = 10$, $S = 32,2$ b) $r = 5 \cdot \sqrt{3}$, $S = 68,8$

c) $r = 17$, $S = 271,5$ d) $r = \frac{13 \cdot \sqrt{3}}{3}$, $S = 24,2$ 53. a) $a : b : c = 1 : \sqrt{\frac{3}{2}} : \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

b) $a : b : c = 1 : 1,347 : 1,532$ c) $a : b : c = 1 : \sqrt{3} : 2$ 54. a) $\alpha = 36^\circ 52'$, $\beta = 53^\circ 08'$, $\gamma = 90^\circ$

b) $\alpha = 28^\circ 57'$, $\beta = 46^\circ 34'$, $\gamma = 104^\circ 29'$ c) trojúhelník neexistuje 55. $17^\circ 26'$ 56. 95 m 57. $54^\circ 35'$

58. 24,6 m 59. 12 m 60. 64 m 61. 356 m 62. 60 m

15. Komplexní čísla

1. a) $[-6; 29]$ b) $[-17; 17]$ c) $[-11; -9]$ d) $[-56; 20]$ e) $[1; -18]$ f) $[-13; -36]$ g) $[-15; 10]$

h) $[3; 2]$ 2. a) $[-1; 2]$ b) $[13; 7]$ c) $[5; 2]$ d) $[-3; 0]$ e) $[0,5; 1,5]$ f) $[10; -3]$, 3. $z_1 = [-3; -2]$,

$z_2 = [5; -7]$, $z_3 = -3 + i$, $z_4 = 4 + 7i$, $z_5 = -4$, $z_6 = 3i$, $z_7 = 0$ 4. $z_1 = [5; -1]$, $z_2 = [-4; -3]$,

$z_3 = -3 + 2i$, $z_4 = 4 - 5i$, $z_5 = 3$, $z_6 = -i$, $z_7 = 0$ 5. a) -1 b) $2 + 3i$ c) 0 , d) $2 + 4i$ e) $12 + 17i$

f) $11 + 2i$ 6. a) $28 - 2i$ b) $7 - 2i$ c) $6 + 5i$ d) $-5 + 6i$ e) $3 - 8i$ f) -3 g) $1,3 + 1,1i$ h) $2,2 - 0,9i$

i) $5i$ j) $\frac{57}{25} - \frac{1}{25} \cdot i$ k) $-\frac{5}{17} - \frac{3}{17} \cdot i$ l) $\frac{12}{25} + \frac{41}{25} \cdot i$ 7. a) $\frac{73 + 39i}{50}$ b) $\frac{1 - 7i}{5}$ c) $\frac{-19 - 17i}{13}$ d) $\frac{2 + i}{5}$

8. a) $2 - 9i$ b) $3 + 2i$ c) $-8 + 3i$ d) $-1 - 7i$ 9. a) $6 - 7i$ b) $3 + 5i$ c) $-6 - i$ d) $-11 + 2i$

10. a) $2 - 7i$ b) $-3 + 4i$ c) $2 + 5i$ d) $5 + 3i$ e) $10 + 2i$ f) $-1 - 2i$; $-2i$ 11. a) 10 b) 17 c) 13 d) 20

e) $\sqrt{5}$ f) $2 \cdot \sqrt{10}$ g) 4 h) 6 12. a) 5 b) 4 c) 5 d) 13 e) $2 \cdot \sqrt{5}$ f) $2 \cdot \sqrt{10}$ g) 5 h) 17

13. a)b)f)g)h) jsou komplexní jednotky, c)d)e) nejsou 15. $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + i \cdot \frac{1}{2}$, $z_2 = \frac{3}{2} + i \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2}$,

$$z_3 = -2 \cdot \sqrt{3} + 2i, z_4 = -\sqrt{2} - i \cdot \sqrt{2}, z_5 = -5, z_6 = \sqrt{3}, z_7 = 3 - i \cdot 3 \cdot \sqrt{3}, z_8 = \pi \cdot i$$

$$16. z_1 = \sqrt{11} \cdot (\cos 0 + i \cdot \sin 0), z_2 = 9 \cdot (\cos \pi + i \cdot \sin \pi), z_3 = \sqrt{6} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right),$$

$$z_4 = 7 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{2} \right), z_5 = \sqrt{6} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right), z_6 = 2 \cdot \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{7\pi}{4} \right),$$

$$z_7 = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right), z_8 = 2 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{4\pi}{3} \right), z_9 = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{3} \right),$$

$$z_{10} = 4 \cdot \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{7\pi}{6} \right) 17. z_1 = \sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right), z_2 = 2 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right),$$

$$z_3 = 3 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{4} \right), z_4 = 5 \cdot \left(\cos \frac{21\pi}{11} + i \cdot \sin \frac{21\pi}{11} \right), z_5 = 2 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{3} \right),$$

$$z_6 = 8 \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{3} \right), z_7 = \frac{9 \cdot (1 + \sqrt{3})}{2} \cdot (\cos \pi + i \cdot \sin \pi),$$

$$z_8 = 2 \cdot (\sqrt{3} - 1) \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right), z_9 = 14 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{2} \right), z_{10} = 6 \cdot (\cos \pi + i \cdot \sin \pi)$$

$$18. a) 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{4} \right) b) 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) c) \cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$

$$d) \cos \frac{3\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{2} 19. a) 6 \cdot (\cos \pi + i \cdot \sin \pi) = -6 b) 12 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -12 \cdot i$$

$$c) 5 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{4} \right) = -\frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2} d) 8 \cdot \left(\cos \frac{19\pi}{12} + i \cdot \sin \frac{19\pi}{12} \right)$$

$$20. a) 2 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right) = 2 \cdot i b) 7 \cdot \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \cdot \sin \frac{11\pi}{12} \right)$$

$$c) \frac{3}{5} \cdot \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{5\pi}{4} \right) = -\frac{3 \cdot \sqrt{2}}{10} - i \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{10} d) \frac{3}{2} \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{3} \right) = -\frac{3}{4} + i \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$21. a) 128 b) -32 c) 81i d) -128i e) 16 + 16i f) -8 - 8i g) -512 h) 512 - i \cdot 512 \cdot \sqrt{3}$$

$$22. a) \left\{ \pm \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} \pm i \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} \right\} b) \left\{ \pm \sqrt{2} \pm i \cdot \sqrt{2} \right\} c) \left\{ 1; -\frac{1}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right\} d) \left\{ -1; \frac{1}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$$

$$e) \left\{ 2; -1 \pm i \cdot \sqrt{3} \right\} f) \left\{ -2; 1 \pm i \cdot \sqrt{3} \right\} g) \left\{ 3; -\frac{3}{2} \pm i \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \right\} h) \left\{ -3; \frac{3}{2} \pm i \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \right\}$$

i) $\{4; -2 \pm i \cdot 2 \cdot \sqrt{3}\}$ j) $\{-4; 2 \pm i \cdot 2 \cdot \sqrt{3}\}$ k) $\{\pm 1; \pm i\}$ l) $\left\{\pm \frac{\sqrt{2}}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}; \mp \frac{\sqrt{2}}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

m) $\{\pm 2; \pm 2i\}$ n) $\{\pm \sqrt{2} \pm i \cdot \sqrt{2}; \mp \sqrt{2} \pm i \cdot \sqrt{2}\}$ o) $\{\pm 3; \pm 3i\}$

p) $\left\{\pm \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} \pm i \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2}; \mp \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} \pm i \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2}\right\}$

23. a) $\left\{\sqrt[4]{2} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{8} + i \cdot \sin \frac{\pi}{8}\right); \sqrt[4]{2} \cdot \left(\cos \frac{9\pi}{8} + i \cdot \sin \frac{9\pi}{8}\right)\right\}$

b) $\left\{\sqrt[4]{8} \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{8} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{8}\right); \sqrt[4]{8} \cdot \left(\cos \frac{11\pi}{8} + i \cdot \sin \frac{11\pi}{8}\right)\right\}$

c) $\left\{\sqrt[3]{2} \cdot \left(\cos \frac{4\pi + 6k\pi}{9} + i \cdot \sin \frac{4\pi + 6k\pi}{9}\right); k = 0; 1; 2\right\}$

d) $\left\{\sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{-\pi + 12k\pi}{18} + i \cdot \sin \frac{-\pi + 12k\pi}{18}\right); k = 0; 1; 2\right\}$

e) $\left\{\sqrt[6]{2} \cdot \left(\cos \frac{\pi + 8k\pi}{12} + i \cdot \sin \frac{\pi + 8k\pi}{12}\right); k = 0; 1; 2\right\}$

f) $\left\{\sqrt[3]{2} \cdot \left(\cos \frac{2\pi + 6k\pi}{9} + i \cdot \sin \frac{2\pi + 6k\pi}{9}\right); k = 0; 1; 2\right\}$ g) $\left\{\cos \frac{2k\pi}{5} + i \cdot \sin \frac{2k\pi}{5}; k = 0; 1; 2; 3; 4\right\}$

h) $\left\{\cos \frac{\pi + 2k\pi}{5} + i \cdot \sin \frac{\pi + 2k\pi}{5}; k = 0; 1; 2; 3; 4\right\}$ 24. a) $\left\{-\frac{1}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ b) $\{\pm 2 \cdot \sqrt{3} - 2i\}$

c) $\{1 \pm i \cdot \sqrt{3}\}$ d) $\{\pm 3 \cdot \sqrt{3} + 3i\}$ 25. a) $\left\{-\frac{1}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ b) $\left\{\frac{3}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{31}}{2}\right\}$ c) $\left\{1 \pm i \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}\right\}$

d) $\left\{-\frac{2}{3} \pm i \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}\right\}$ e) $\left\{\frac{5}{6} \pm i \cdot \frac{\sqrt{5}}{6}\right\}$ f) $\left\{\frac{2}{3} \pm i \cdot \frac{\sqrt{11}}{3}\right\}$ 26. a) $\left\{3; \pm i; \frac{-3 \pm i \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{2}\right\}$

b) $\left\{\pm 2; -1; \pm 2i; \frac{1 \pm i \cdot \sqrt{3}}{2}\right\}$ c) $\left\{-1 \pm i; \frac{-1 \pm i \cdot \sqrt{3}}{2}\right\}$ d) $\left\{-2 \pm 3i; \frac{1 \pm 3i}{2}\right\}$ e) $\left\{-2 \pm 2i; \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$

f) $\left\{\pm 2i; \frac{-1 \pm i \cdot \sqrt{7}}{2}\right\}$ 27. a) $\{0; i\}$ b) $\{2i\}$ c) $\{\pm 1 - i\}$ d) $\{-i; -3i\}$ e) $\{2i; 4i\}$

f) $\{i \cdot (-1 - \sqrt{2}); i \cdot (-1 + \sqrt{2})\}$ 28. a) $\{-1; \pm i\}$ b) $\left\{1; \frac{1}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2} \pm i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$